

S@ifur's

Math

Saifur Rahman Khan

*B.Sc. Engg. (EEE, BUET);
MBA, International University of Japan.
Ex-lecturer, IBA University of Dhaka.*

Editing Assisted by

Md. Mujibur Rahman
Head of R & D Department
E-mail: saufurs.rnd@gmail.com

Mahamodul Alam
Head of Admin and Finance
&
Maniruzzaman Manir
Research Associate & Writer

Math Review

বিভিন্ন প্রতিযোগিতামূলক পরীক্ষায় Math সেকশনে থাকে পাটীগণিত (Arithmetic), বীজগণিত এবং জ্যামিতি থেকে বিভিন্ন ধরনের প্রশ্ন। এই সব অংক Solve করতে গেলে যেসব Formula দরকার পড়ে, সেগুলো সবই আপনাদের জানা থাকে। অথচ তবুও এই Math Section-এ অনেকে হিমসিম খেয়ে যান। তার একটি কারণ হলো অংকের প্রশ্নটা থাকে ইংরেজিতে এবং বিভিন্ন Term-গুলিও থাকে ইংরেজিতে। ফলে, প্রশ্নে কি তথ্য দেওয়া আছে এবং কি জানতে চাওয়া হয়েছে, অনেকে এটাই বুঝতে পারেন না। এজন্য, প্রথমে প্রয়োজনীয় ইংরেজি Term-গুলি আলোচনা করা হচ্ছে যাতে এগুলো আপনারা বুঝে ও শিখে নিতে পারেন।

Integer (ইন্টিজার)

পূর্ণ সংখ্যা (whole number)-কে আরেক কথায় Integer বলা হয়। এগুলো Positive বা Negative হতে পারে কিন্তু Fraction (ভগ্নাংশ, যেমন $\frac{2}{3}$) বা Decimal Number (দশমিক সংখ্যা, যেমনঃ 2.45) হবে না।

Positive Integer-এর উদাহরণঃ 1, 7, 8, 36;

Negative Integer-এর উদাহরণঃ -5, -12, -128;

Zero (0) একটা Integer (মনে রাখুন)। এটা Positive-ও না, Negative-ও না।

বিভিন্ন Terms

Sum or Total (যোগফল) = The result of **adding** (যোগ করা) numbers together. The sum (or total) of 2 & 3 is 5.

Difference (বিয়োগফল) = The result of **subtracting or deducting** (বিয়োগ করা) one number from another.
For example, the difference between 5 and 2 is $5 - 2 = 3$.

Product (গুণফল) = The result of **multiplying** (গুণ করা) numbers together. The product of 2 and 3 is 6.

Quotient (উচ্চারণ হচ্ছে কোশিয়েন্ট) ভাগফল: The result of **dividing** (ভাগ করা) one number by another. For example, the quotient when 6 is divided by 2 is 3. অর্থাৎ 6-কে 2 দিয়ে ভাগ দিলে quotient হলো 3।

Remainder (ভাগশেষ): For example, $7 \div 3 = 2$ plus a remainder of 1। অর্থাৎ 7-কে 3 দিয়ে ভাগ দিলে remainder থাকে 1।

Basic Operations

নিচে গুণ-ভাগ-যোগ-বিয়োগের কিছু basic নিয়মপদ্ধতি দেয়া হল। অনেকেই আগে থেকেই এসবের সাথে পরিচিত। এজন্য বিস্তারিত বর্ণনায় না গিয়ে আমরা short hints-সহ একটা table (ছক) present করলাম।

SL. No.	Operation	Problem	Answer
1.	Changing a mixed number into an improper fraction	Change the mixed number, $7\frac{3}{8}$ to the improper fraction.	উপরে = (নীচেরটা \times অখন্ড সংখ্যা + উপরেরটা) = নীচ = মিশ্র সংখ্যাত যা আছে তাই থাকবে $\frac{(8 \times 7) + 3}{8} = \frac{56 + 3}{8} = \frac{59}{8}$
2.	Changing an improper fraction into a mixed number.	Change the improper fraction, $\frac{14}{3}$, to the mixed number.	নিচেরটা (হর বা denominator) দিয়ে উপরেরটাকে (লব বা numerator) ভাগ দিয়ে ভাগফলটিকে পূর্ণসংখ্যা হিসেবে রেখে remainder-টি উপরে ও আগে যেটি নিচে ছিল সেটি নিচে থাকবে। অর্থাৎ $3) 14 (4 = 4\frac{2}{3}$
3.	Raising a fraction to higher terms.	Change the fraction to an equivalent fraction having the denominator indicated $\frac{8}{3} = \frac{?}{12}$	পূর্বের denominator টিকে যত দিয়ে গুণ দেয়ায় নতুন denominator পেলাম, পূর্বের numerator-কে তত দিয়ে গুণ দিলে নতুন numerator পাওয়া যাবে। 32
4.	Reducing fractions to lower terms.	Reduce the fractions $\frac{135}{243}$ to lowest terms.	একই সংখ্যা দিয়ে উপরে নিচে ভাগ করা, চলতি কথায় কাটাকাটি করা। $\frac{135}{243} = \frac{45}{81} = \frac{5}{9}$ (প্রথমে 3 দিয়ে পরে 9 দিয়ে উপরে-নিচে ভাগ দেয়া হয়েছে। তিনবার 3 দিয়ে বা একবারে 27 দিয়েও ভাগ দেয়া যায়।)

Math Review

5.	Adding and subtracting fractions.	$2\frac{2}{3} + 4\frac{1}{4} + \frac{7}{8} - \frac{5}{6} = ?$	<p>প্রথমে মিশ্রসংখ্যাগুলিকে সাধারণ ভগ্নাংশে পরিবর্তিত করতে হবে।</p> $\frac{8}{3} + \frac{17}{4} + \frac{7}{8} - \frac{5}{6}$ <p>তারপর নীচের অংকগুলোর ল.সা.গু বের করে নীচে বসাতে হবে।</p> <p>এবার এই ল.সা.গুকে একেকটি denominator দিয়ে ভাগ দিয়ে ভাগফলকে উপরেরটি অর্থাৎ numerator দিয়ে গুণ দিতে হবে।</p> $\frac{(24 \div 3 \times 8) + (24 \div 4 \times 17) + (24 \div 8 \times 7) - (24 \div 6 \times 5)}{24}$ $= \frac{64 + 102 + 21 - 20}{24} = \frac{167}{24} = 6\frac{23}{24}$ <p>* ল.সা.গু. (LCM) মানে লগিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক বা Least Common Multiple. অর্থাৎ যেসব সংখ্যা এই সবগুলো সংখ্যা দিয়ে ভাগ যায় তাদের মধ্যে সবচেয়ে ছোট সংখ্যাটি। এক্ষেত্রে 24, 48, 72 ... এর মধ্যে 144, এদের জন্য এর চেয়ে ছোট আর কোন সংখ্যা নেই।</p>
6.	Multiplying fractions:	$1\frac{4}{5} \times 2\frac{2}{3} \times 2\frac{1}{2} = ?$	<p>প্রথমে সাধারণ ভগ্নাংশে পরিবর্তন করে কাটাকাটি (উপরে-নীচে একই সংখ্যা দিয়ে ভাগ ও গুণ করা।)</p> $\frac{9}{5} \times \frac{8}{3} \times \frac{5}{2} = 12$
7.	Dividing fractions :	$8 \div \frac{4}{9} = ?$	<p>প্রথমটি সোজা রেখে দ্বিতীয়টি উল্টিয়ে দেয়া এবং ভাগ চিহ্নকে গুণ চিহ্নে পরিবর্তিত করা। $8 \times \frac{9}{4} = 18$</p>
8.	Simplifying complex fractions.	$\frac{\frac{1}{2} + \frac{6}{5}}{\frac{5}{7}} \times \frac{4}{5 - \frac{2}{3}} = ?$	<p>ধাপে ধাপে operations করা।</p> $= \frac{\frac{13}{2}}{\frac{5}{7}} \times \frac{4}{\frac{13}{3}} = \left(\frac{13}{2} \div \frac{5}{7}\right) \times \left(4 \div \frac{13}{3}\right) =$ $\frac{13}{2} \times \frac{7}{5} \times 4 \times \frac{3}{13} = \frac{42}{5} = 8\frac{2}{5}$
9.	Finding the missing term of a proportion.	$\frac{19}{12} = \frac{76}{?} = ?$	<p>3^{নং} operation-এর মত। Ans. 48</p>
10.	Adding and	$4.32 + .168 + 17 - .52$	<p>Point মাঝখানে রেখে ডানে-বামে বরাবর সাজিয়ে নিয়ম</p>

Math Review

	subtracting decimals.	= ?	<p>অনুযায়ী যোগ বিয়োগ করতে হয়।</p> $\begin{array}{r} 4.32 \\ 0.168 \\ 17.00 \\ - 00.52 \\ \hline 20.968 \end{array}$
11.	Multiplying decimals	$3.4 \times .007 = ?$	<p>দশমিক ভুলে গিয়ে স্রেফ multiply করুন। দশমিক ছাড়াই result-টি লিখুন। এবার গুণ করা সংখ্যা দুটিতে (বা তার বেশি) ডান দিক থেকে মোট কতঘর পরে দশমিক আছে গুনে result-এ ততঘর পরে দশমিক বসিয়ে দিন। যেমন এক্ষেত্রে, $34 \times 7 = 238$। এবার মোট $(1 + 3)$ বা 4 ঘর পরে দশমিক বসিয়ে পাই .0238। দশমিকের বামে কিছু না থাকলে একটা শূন্য বসিয়ে দেয়া উচিত অর্থাৎ 0.0238।</p>
12.	Multiplying a decimal by a power of 10 (10, 100, 1000 etc.)	$5.3219 \times 100 = ?$	
13.	Dividing a decimal by a whole number.	$23.5 \div 4 = ?$	<p>এক্ষেত্রে দশমিকটি দূর করে নেয়াই বুদ্ধিমানের কাজ। যেমন এখানে 4-এর পর একটা শূন্য বসিয়ে দশমিককে এক ঘর ডানে সরিয়ে দেয়া যায়, অর্থাৎ</p> $\frac{23.5}{4} = \frac{235}{40} = 5.875$ <p>অথবা সরাসরিও করা যেতে পারে, না করাই সহজ।</p>
14.	Dividing a decimal by a power of 10.	$5.42 \div 100 = ?$	<p>10-এর গুণিতক দিয়ে গুণ করার বিপরীত। দশমিক বামে সরবে।</p>
15.	Dividing a decimal by a decimal.	$.9 \div .34 = ?$	<p>দুটোর decimal point সমান সংখ্যক ঘর ডানে সরিয়ে পূর্ণসংখ্যা বানিয়ে নিই। $\frac{0.9}{0.34} = \frac{90}{34} = 2.6$</p>

Math Review

16.	Comparing decimal fractions.	Find the smallest decimal among .09, .765, .8	সবগুলো সংখ্যার দশমিক সমানসংখ্যকঘর ডানে সরিয়ে পূর্ণসংখ্যা বানিয়ে তারপর দেখুন কোনটি সবচেয়ে ছোট। একটু অভিজ্ঞ হয়ে গেলে সরাসরিই বুঝতে পারবেন। 0.09
17.	Changing decimal fraction to common fractions.	.62 = ?	Decimal-টিকে পূর্ণসংখ্যা বানানোর জন্য ১০ বা তার গুণিতক দ্বারা ভাগ দিলেই fraction পাওয়া যাবে। $0.62 = \frac{62}{100} = \frac{31}{50}$
18.	Changing common fractions to decimal fractions.	$\frac{5}{8} = ?$	স্বাভাবিকভাবে ভাগ দিলেই হয়। $\frac{5}{8}$ -এর ক্ষেত্রে $8)50(.625$ <u>48</u> 20 <u>16</u> 40 <u>40</u> × অতিদূর্বলদের জন্য ব্যাখ্যাঃ ৪ দিয়ে ৫-কে ভাগ যায়না। সুতরাং ডানে ভাগফলের ঘরে প্রথমে একটা দশমিক নিলে ৫-এর পাশে শূণ্য বসানো যায়। এবার প্রতিবারই ভাগশেষের পরে প্রথম দশমিকের কারনেই একটা করে শূণ্য বসিয়ে যেতে পারবেন।
19.	Subtracting signed numbers.	$(+2) - (-4) +$ $(-3) - (+1)$	এই নিয়ম follow করে bracket তুলে দিন। প্লাসে (+) প্লাসে (+) প্লাস (+) প্লাসে (+) মাইনাসে (-) মাইনাস (-) মাইনাসে (-) প্লাসে (+) মাইনাস (-) মাইনাসে (-) মাইনাসে (-) প্লাস (+) $\therefore + 2 + 4 - 3 - 1 = 2$
20.	Multiplying and dividing signed numbers.	$\frac{(-8)}{(-2)} + (-3)(5) - \frac{(+6)}{(-2)}$	Division বা কাটাকাটির ক্ষেত্রে একই চিহ্ন পরস্পর বাতিল হয়ে যাবে আর Multiplication-এর ক্ষেত্রে উপরের পূর্বের rule-টি follow করবেন। Ans. (-8)

Consecutive (কনসেকিউটিভ) Numbers

পূর্বের সংখ্যার চেয়ে পরেরটা 1 বড় হলে এবং এভাবেই ক্রমান্বয়ে বাড়তে থাকলে ঐগুলোকে Consecutive Numbers বলে। যেমন, 4, 5, 6, কিংবা -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3 হলো Consecutive Integers কিন্তু 3, 4, 21, 45 নয়।

Consecutive Integer-এর formula হলো $n, n + 1, n + 2, n + 3, \dots$, যেখানে n হলো একটা integer। একইভাবে consecutive even numbers (জোড় সংখ্যা) হলো 4, 6, 8, 10 প্রভৃতি এবং consecutive odd numbers (বেজোড় সংখ্যা) হলো 3, 5, 7, 9, প্রভৃতি।

Consecutive even বা odd numbers-এর ক্ষেত্রে পরের সংখ্যাটা পূর্বেরটার চেয়ে দুই বড় হয়। \therefore যে কোন consecutive odd বা even number-এর series-এ প্রথম সংখ্যাটা n হলে পরেরটা হবে $n + 2$, তৃতীয়টা হবে $n + 4$, চতুর্থটা $n + 6$ এবং এইভাবেই বাড়তে থাকবে।

Digits

Digit মোট দশটি : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9। সমস্ত সংখ্যাই এক/একাধিক digit দিয়ে গঠিত।

উদাহরণস্বরূপ, একটা integer 246: এখানে তিনটি digit আছে: 2, 4 ও 6।

আবার, সংখ্যার মধ্যে প্রতিটা digit-এর অবস্থান অনুসারে প্রত্যেকটা digit-এর নামও ভিন্ন ভিন্ন। যেমনঃ উপরের 246 সংখ্যাটির মধ্যেঃ

6 is called the units (একের ঘরের) digit

4 is called the tens (দশকের ঘরের) digit

2 is called the hundreds (শতকের ঘরের) digit

A number with decimal places is also composed of digits, although it is not an integer. অর্থাৎ decimal place বা দশমিকের ঘরযুক্ত সংখ্যাও digit দ্বারা গঠিত, যদিও সেটা integer নয়। বুঝা গেল integer হোক আর decimal number হোক digit থাকবেই।

In the decimal 27.63 there are four digits.

7 is the units digit

2 is the tens digits, এবং দশমিকের পরে

6 is the tenths digit

3 is the hundredths digit

খেয়াল রাখবেন, দশমিকের পরের সংখ্যাকে tenths, hundredths প্রভৃতি বলা হচ্ছে। (Tens থেকে tenths, বাংলায় দশক থেকে দশমাংশ দশমিকের বামে ১ম ঘরটি দশক তারপর শতক আর দশমিকের ডানে ১ম ঘরটি দশমাংশ তারপর শতাংশ)

Odd & Even

2(দুই) দিয়ে নিঃশেষে বিভাজ্য (evenly divisible) সংখ্যাকে even number (জোড় সংখ্যা) বলে। Evenly divisible কথাটার অর্থ ঐ সংখ্যাকে 2 দিয়ে ভাগ করলে কোন remainder (ভাগশেষ) থাকবে না। যেমন, -4, -2, 0, 2, 8, 12 প্রভৃতি (হ্যাঁ, zero-ও একটা even number)।

যেকোন সংখ্যা সেটা যত বড়ই হউক না কেন, যদি ঐ সংখ্যাটার শেষ digit 2 দিয়ে বিভাজ্য হয়, তবে সংখ্যাটা even যেমন, 45936728 সংখ্যার এককের ঘরের digit {তার মানে units digit} 8-কে 2 দিয়ে ভাগ করলে কোন ভাগশেষ থাকে না, অতএব 45936728 হলো even number।

যেসব সংখ্যা 2 দিয়ে নিঃশেষে বিভাজ্য হয় না অর্থাৎ ভাগশেষ থেকে যায়, সেইসব সংখ্যাকে odd number (বিজোড় সংখ্যা) বলে।

যেমনঃ -5, -3, -1, 3, 5, প্রভৃতি। যেকোন সংখ্যা, যত বড়ই হোক, শেষ digit-টা যদি 2 দিয়ে বিভাজ্য না হয়, তবে সংখ্যাটি odd। অতএব, 242867427 একটা odd সংখ্যা। কারণ এককের ঘরের 7, 2 দ্বারা বিভাজ্য না।

নিচে কয়েকটা important rules দেয়া হলোঃ

EVEN + EVEN = EVEN	For example,	2 + 4 = 6
EVEN + ODD = ODD	For example,	4 + 3 = 7
ODD + EVEN = ODD	For example,	3 + 4 = 7
ODD + ODD = EVEN	For example,	3 + 5 = 8
EVEN × EVEN = EVEN	For example,	2 × 4 = 8
EVEN × ODD = EVEN	For example,	2 × 3 = 6
ODD × EVEN = EVEN	For example,	3 × 2 = 6
ODD × ODD = ODD	For example,	3 × 5 = 15

এগুলো আসলে মুখস্থ করার দরকার নেই বরং পরীক্ষার সময়েই 1 second-এ বের করে নিবেন।

যেমনঃ even × even = কি হবে, জানার দরকার হলে 2 × 2 চেষ্টা করুনঃ 2 × 2 হলো চার।

অতএব, even × even মানেই even। এসব বের করার আরও কিছু উপায় পরে আসছে।

Divisibility Rules (ডিভিবিবিলিটি রুল্‌স্ - বিভাজ্যতার রীতি)

একটি সংখ্যা (ধরুন x) যদি দ্বিতীয় আরেকটি সংখ্যা (ধরুন y) দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য হয় অর্থাৎ x -কে y দ্বারা ভাগ করলে কোন ভাগশেষ না থাকে, তবে x -কে y দ্বারা *divisible* বলা হয়। অর্থাৎ কোন প্রশ্নে যদি থাকে “ a is divisible by b ” তখন বুঝবেন a -কে b দ্বারা ভাগ দিলে কোন remainder থাকবে না। For example, dividing 51 by 17 gives 3, which is an integer. So, 51 is divisible by 17, or 51 equals 17 times 3. On the other hand, dividing 8 by 3 gives $2\frac{2}{3}$ which is not an integer.

∴ 8 is not divisible by 3 and there is no way to express 8 as an integral multiple of 3. There are various tests to see whether an integer is divisible by certain numbers. অর্থাৎ

Table of Contents

01. Math Review 01

Odd-Man-Out & Series

02. Odd-Man-Out & Series 26

Number (সংখ্যা)

03. Examples on Number 37

04. Number সংক্রান্ত অংকের প্রশ্ন এবং সমাধান 41

Fraction (ভগ্নাংশ)

05. Fraction 55

06. Comparison of Fraction 66

07. Miscellaneous Fraction Problem 72

Percentage (শতকরা)

08. Exemples on Percentage 80

09. Exercise on Percentage (Part 1) 86

10. Exercise on Percentage (Part 2) 114

Profit & Loss (লাভ-ক্ষতির অংক)

11. Profit-Loss সংক্রান্ত অংকের Formulae এবং Examples 135
12. Exercise on Profit & Loss 145

Interest (সুদ-এর অংক)

13. Interest সংক্রান্ত অংকের সূত্র ও Examples 176
14. Exercise on Interest 181

Ratio & Proportion (অনুপাত ও সমানুপাতের অংক)

15. Ratio & Proportion 191
16. Exercise on Ratio & Proportion 198

Partnership (অংশীদারিত্ব)

17. Partnership-এর Formula & Solved Examples 224
18. Exercise on Partnership 228

Counting & Mixture

19. Counting সংক্রান্ত অংকের ফর্মুলা 237
20. Exercise on Counting 245
21. Mixture সংক্রান্ত অংকের ফর্মুলা 250

Inequalities

22. **Inequalities** সংক্রান্ত অংকের ফর্মূলা 259
23. **Exercise on Inequalities** 284

Average

24. **Average** সংক্রান্ত অংকের ফর্মূলা 293
25. **Exercise on Average** 299

Age

26. **Age** সংক্রান্ত অংকের ফর্মূলা 317

Time & Distance

27. **Time & Distance** সংক্রান্ত অংকের ফর্মূলা 326
28. **Exercise on Time & Distance** 331

Time & Work

29. **Time & Work** 345
30. **Exercise on Time & Work** 351

Train (ট্রেন)

31. **Train**-এর গুরুত্বপূর্ণ ফর্মূলা ও Solved examples 371
32. **Exercise on Trains** 381

Boat & Stream

33. **Boat & Stream**-এর Formulae ও Solved examples404

34. Exercise on Boats & Streams	411
---------------------------------------	-----

Pipes & Cisterns

35. Pipe & Cistern সংক্রান্ত Examples	422
36. Exercise on Pipes & Cisterns	427

Chain Rule

37. Chain Rule	435
38. Exercise on Chain Rule	441

Combination- Permutation

39. Combination, Permutation	459
------------------------------------	-----

Probability

40. Probability	475
-----------------------	-----

Recent Math

41. Topic wise Math (2018)	493
42. Topic wise Math (2019)	574